



# Modelowanie procesów wytwarzania

**Marcin Perzyk**

Instytut Techniki Wytwarzania  
Wydział Inżynierii Produkcji

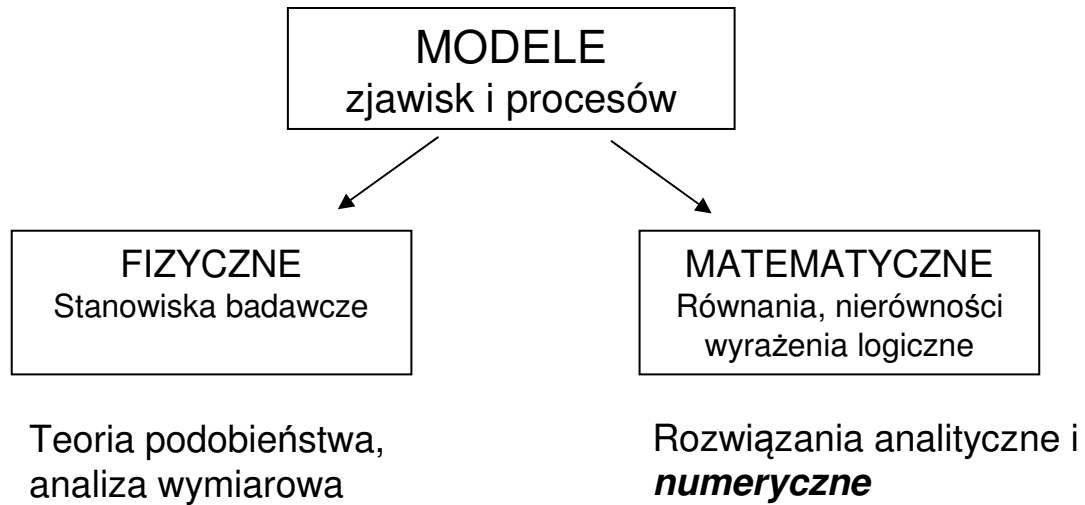
## Wprowadzenie

- **Koszty wytwarzania stanowią 1/3 kosztu wyrobu**  
(projektowanie 7%, materiały 40%, administracja 20%)
- **Modelowanie narzędziem optymalizacji procesów wytwarzania**
  - Projektowanie procesów
  - Sterowanie procesami

### **Treść prezentacji:**

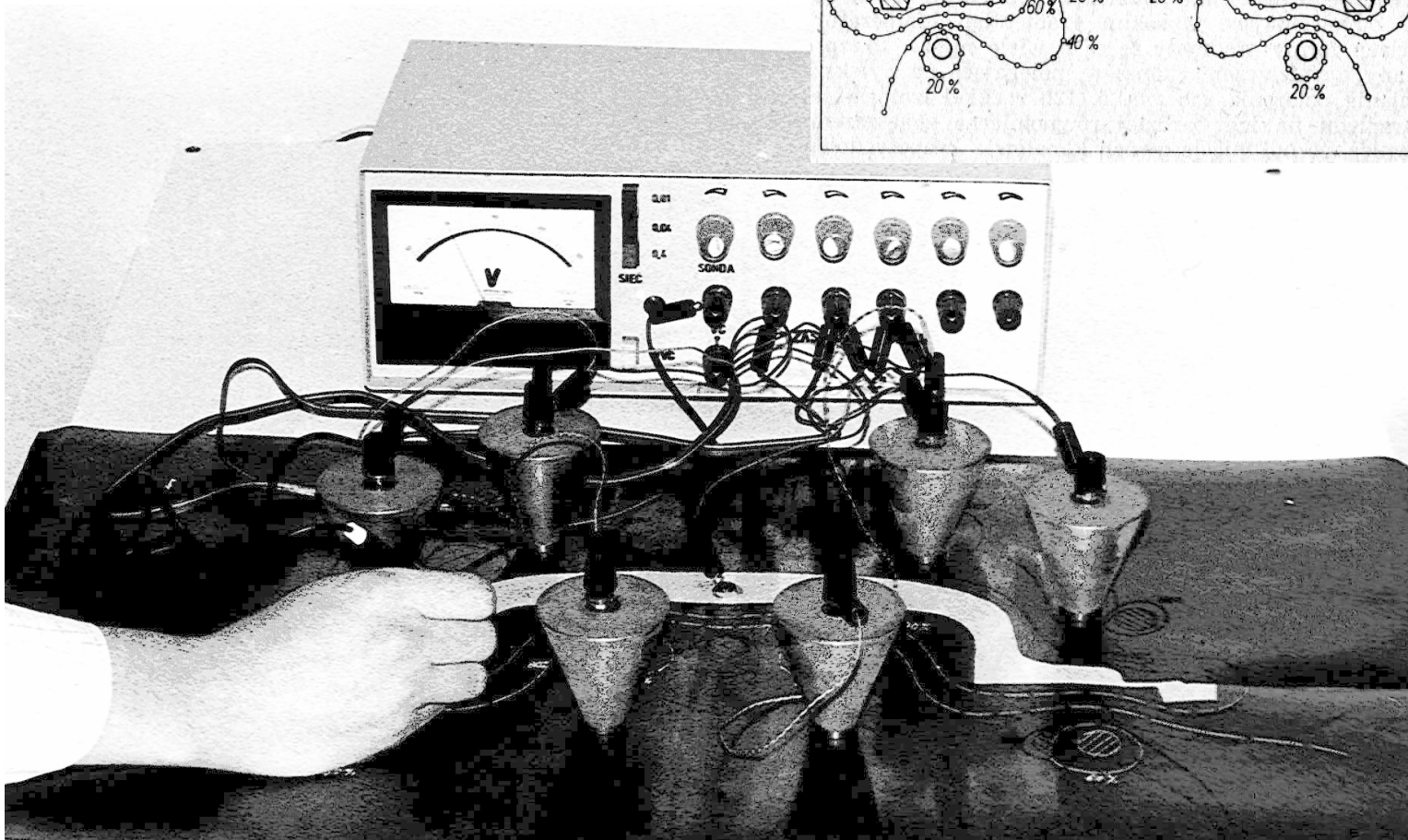
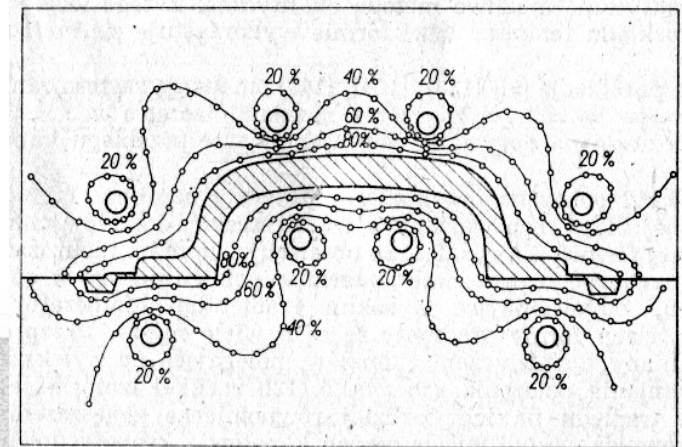
- Klasyfikacja i charakterystyka różnych typów modeli oraz rodzajów sterowania procesem
- Aktualne kierunki prac badawczych i rozwojowych na świecie
- Prezentacja własnych badań prowadzonych w Instytucie Technik Wytwarzania

## Klasyfikacja modeli



## Modele fizyczne

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0$$



## Modelowanie procesów wytwarzania

Modele fizyczne → numeryczne

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0$$

$$T_{i,j} = \frac{(T_{i-1,j} + T_{i+1,j} + T_{i,j-1} + T_{i,j+1})}{4}$$

Microsoft Excel - Ilustracja.xls

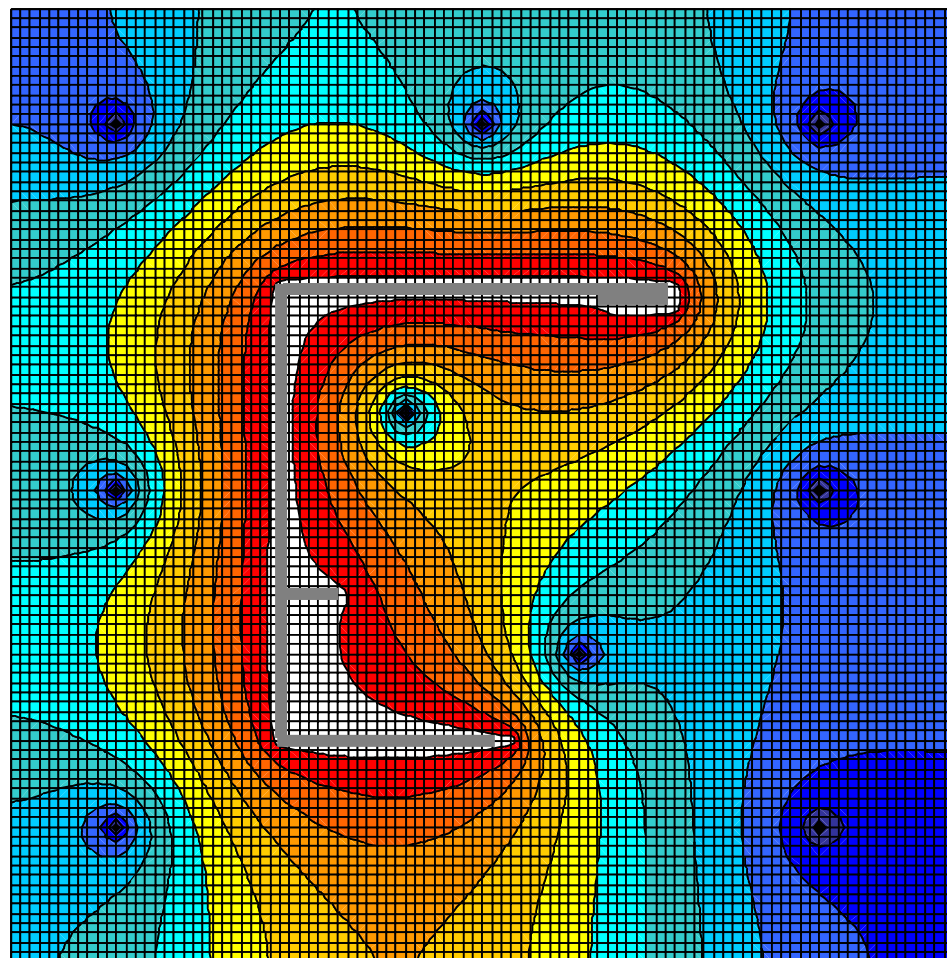
Plik Edycja Widok Wstaw Format Narzędzia Dane Okno Pomoc

D5    fx    =(C5+D4+D6+E5)/4

	C	D	E	
1				
2	=(B2+C3+D2)/3	=(C2+D3+E2)/3	=(D2+E3+F2)/3	=(E2+F3+...)
3	=(B3+C2+C4+D3)/4	=(C3+D2+D4+E3)/4	=(D3+E2+E4+F3)/4	=(E3+F2+...)
4	=(B4+C3+C5+D4)/4	=(C4+D3+D5+E4)/4	=(D4+E3+E5+F4)/4	=(E4+F3+...)
5	=(B5+C4+C6+D5)/4	=(C5+D4+D6+E5)/4	=(D5+E4+E6+F5)/4	=(E5+F4+...)
6	=(B6+C5+C7+D6)/4	=(C6+D5+D7+E6)/4	=(D6+E5+E7+F6)/4	=(E6+F5+...)
7	=(B7+C6+C8+D7)/4	=(C7+D6+D8+E7)/4	=(D7+E6+E8+F7)/4	=(E7+F6+...)
8	=(B8+C7+C9+D8)/4	=(C8+D7+D9+E8)/4	=(D8+E7+E9+F8)/4	=(E8+F7+...)
9	=(B9+C8+C10+D9)/4	=(C9+D8+D10+E9)/4	=(D9+E8+E10+F9)/4	=(E9+F8+...)
10	=(B10+C9+C11+D10)/4	=(C10+D9+D11+E10)/4	=(D10+E9+E11+F10)/4	=(E10+F9+...)
11	=(B11+C10+C12+D11)/4	=(C11+D10+D12+E11)/4	=(D11+E10+E12+F11)/4	=(E11+F10+...)

# Modelowanie procesów wytwarzania

Modele fizyczne → numeryczne

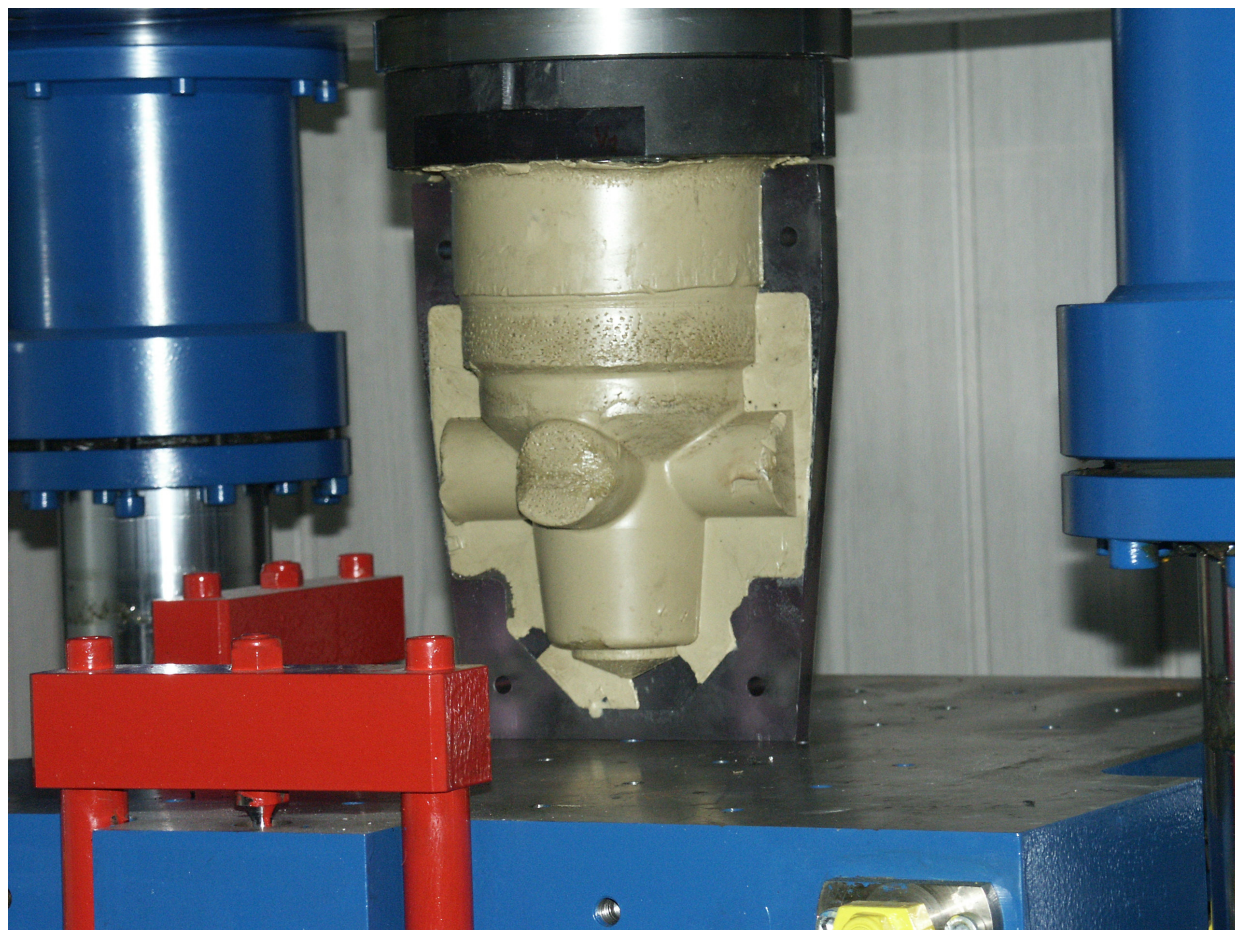


■ 0-8	■ 8-16
■ 16-24	■ 24-32
■ 32-40	■ 40-48
■ 48-56	■ 56-64
■ 64-72	■ 72-80
■ 80-88	■ 88-96
□ 96-104	

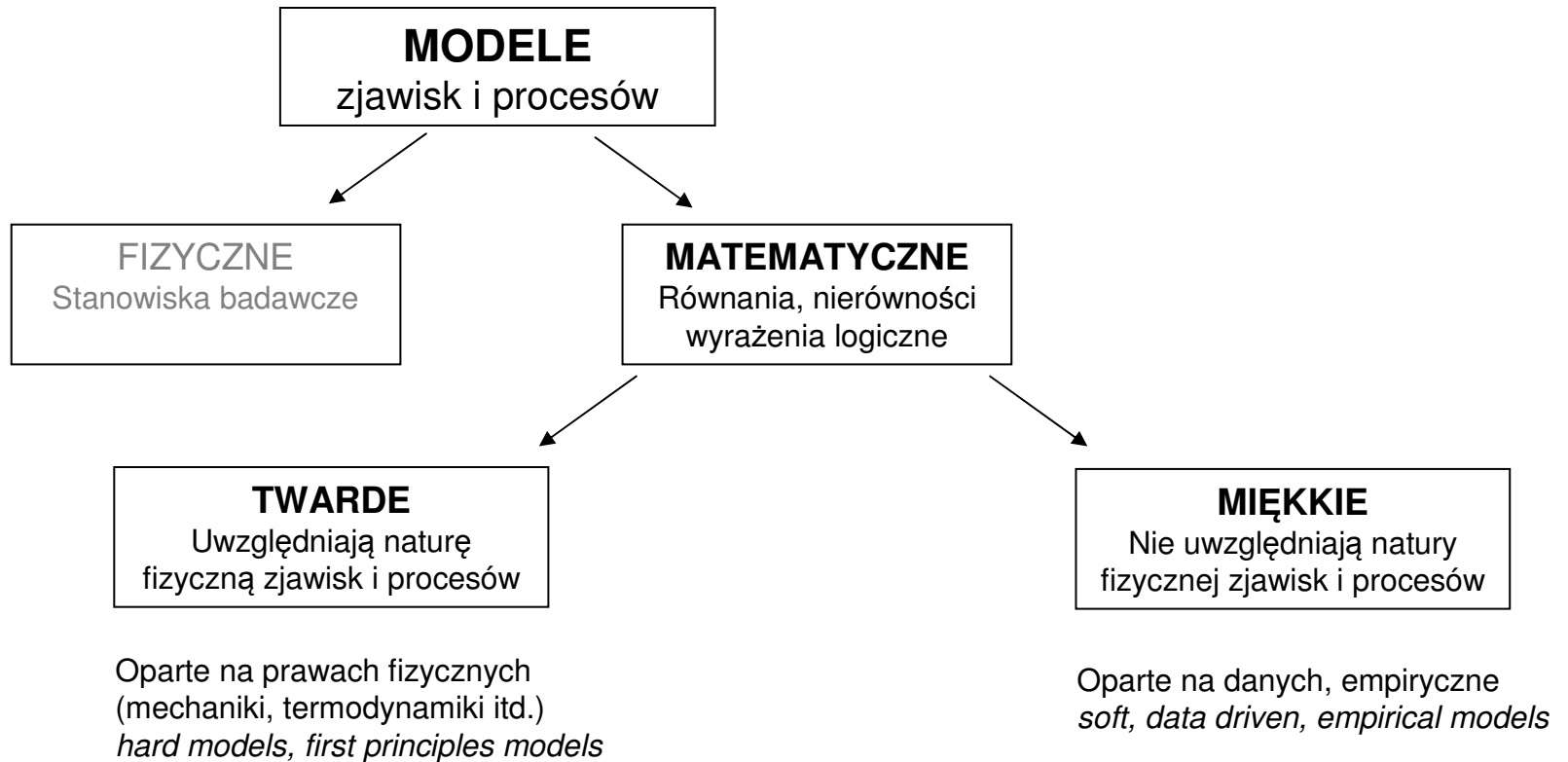


# Modelowanie procesów wytwarzania

## Modele fizyczne

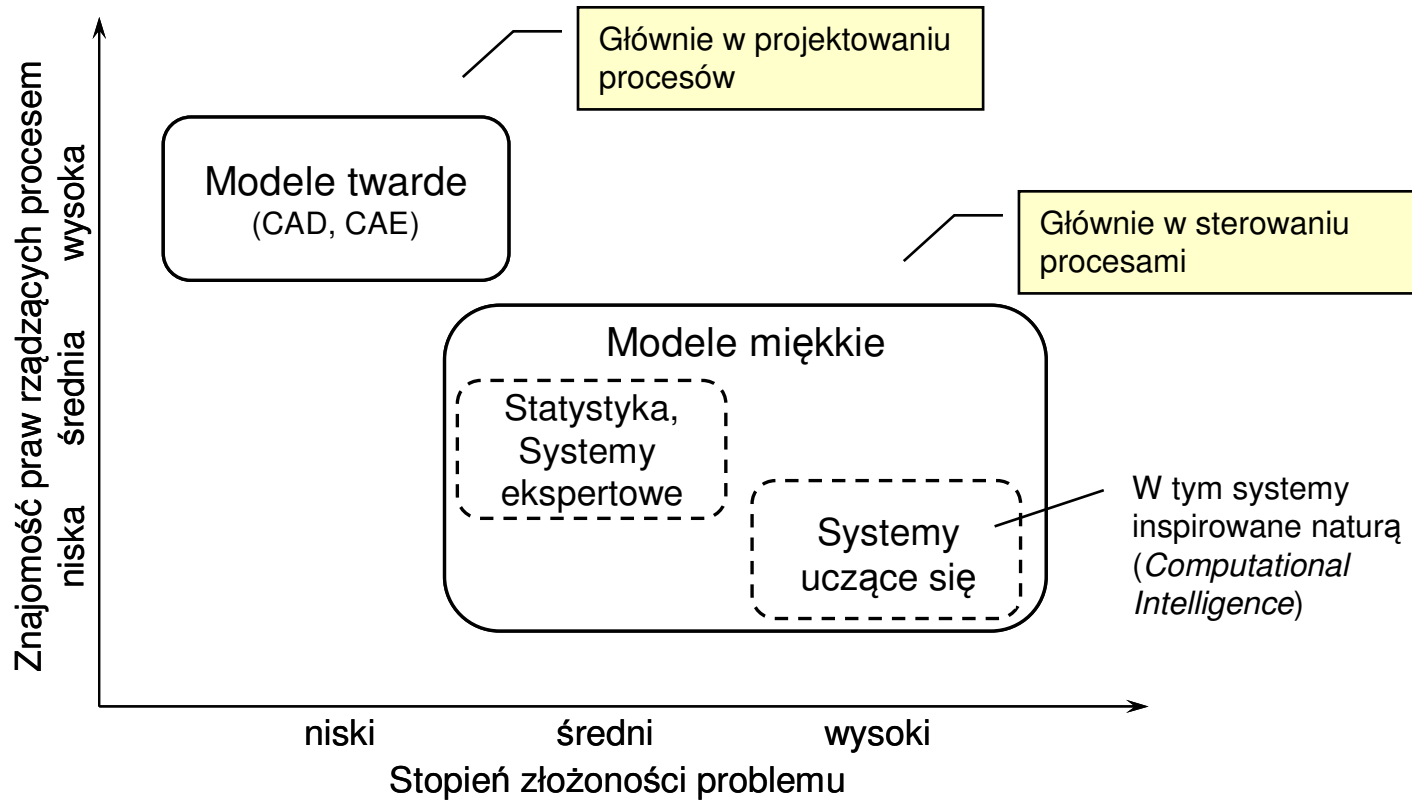


## Klasyfikacja modeli





## Zakresy stosowania modeli



### Cechy modeli twardych

- Rozwiązania numeryczne
- Rzadko stosunkowo proste modele geometryczne i kinematyczne (np. w obróbce skrawaniem)
- Większość modeli procesów wymaga uwzględnienia własności materiałów i wykorzystania różnorodnych praw fizycznych
- W symulacji procesów wytwarzania stosuje się oprogramowanie dwojakiego rodzaju:
  - ogólnego przeznaczenia np. modelujące przepływy cieczy, wymianę ciepła, plastyczne płynięcie ośrodków ciągłych
  - Specjalizowane, przeznaczone do konkretnych procesów, np. krzepnięcia i zasilania odlewów, procesów wytłaczania materiałów polimerowych i wiele innych

### Dwie grupy procesów i ich modeli

#### **Modelowanie obróbki skrawaniem**

Najczęściej modele wykorzystujące tylko prawa kinematyki (zmiany położenia brył w czasie)

Celem jest weryfikacja programu obróbki na maszynach sterowanych numerycznie (CNC) pod kątem unikania kolizji (przedmiot, obrabiarka, narzędzie) oraz ukształtowania śladów narzędzia na powierzchni obrabianej

#### **Modelowanie innych procesów wytwarzania**

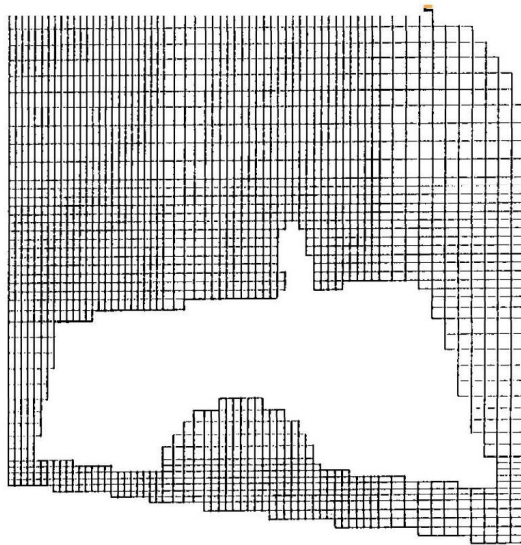
*Obróbka plastyczna metali, odlewnictwo, przetwórstwo polimerów, procesy spajania, obróbki elektroerozyjne i elektrochemiczne*

Rozwiązanie równań różniczkowych cząstkowych wymaga na ogół zaawansowanych metod numerycznych

## Metody numeryczne

### Metoda Różnic Skończonych (**FDM**) i Metoda Elementów Skończonych (**FEM**)

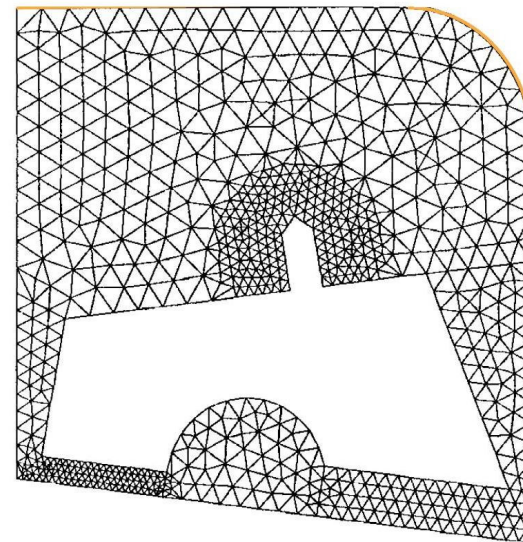
Finite Difference Method: 2880 cells



Łatwe programowanie i przygotowanie obliczeń (generowanie siatki)

Niedokładne odwzorowanie powierzchni, długie czasy obliczeń

Finite Element Method: 806 nodes



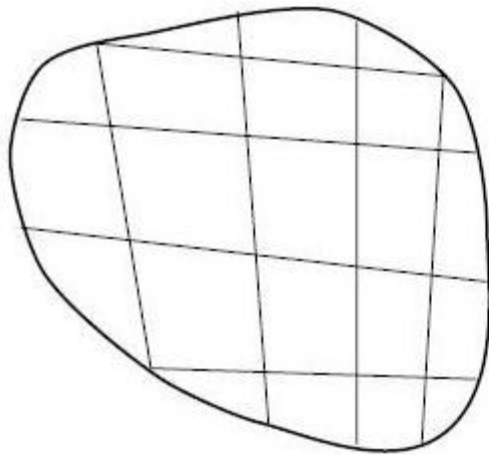
Wymagane wysokie kwalifikacje użytkowników, długie czasy przygotowania obliczeń

Dobre odwzorowanie powierzchni, szybkie obliczenia

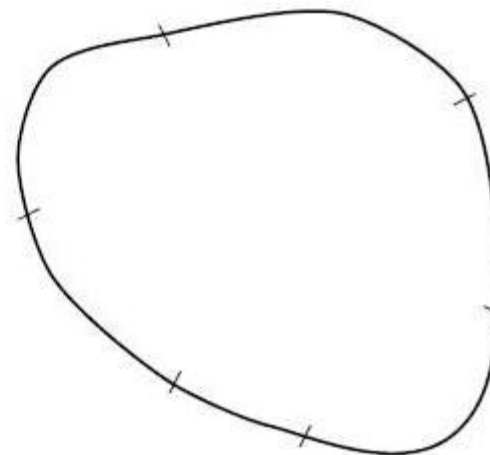
## Metody numeryczne

### Metoda Elementów Brzegowych (*BEM*)

FEM



BEM

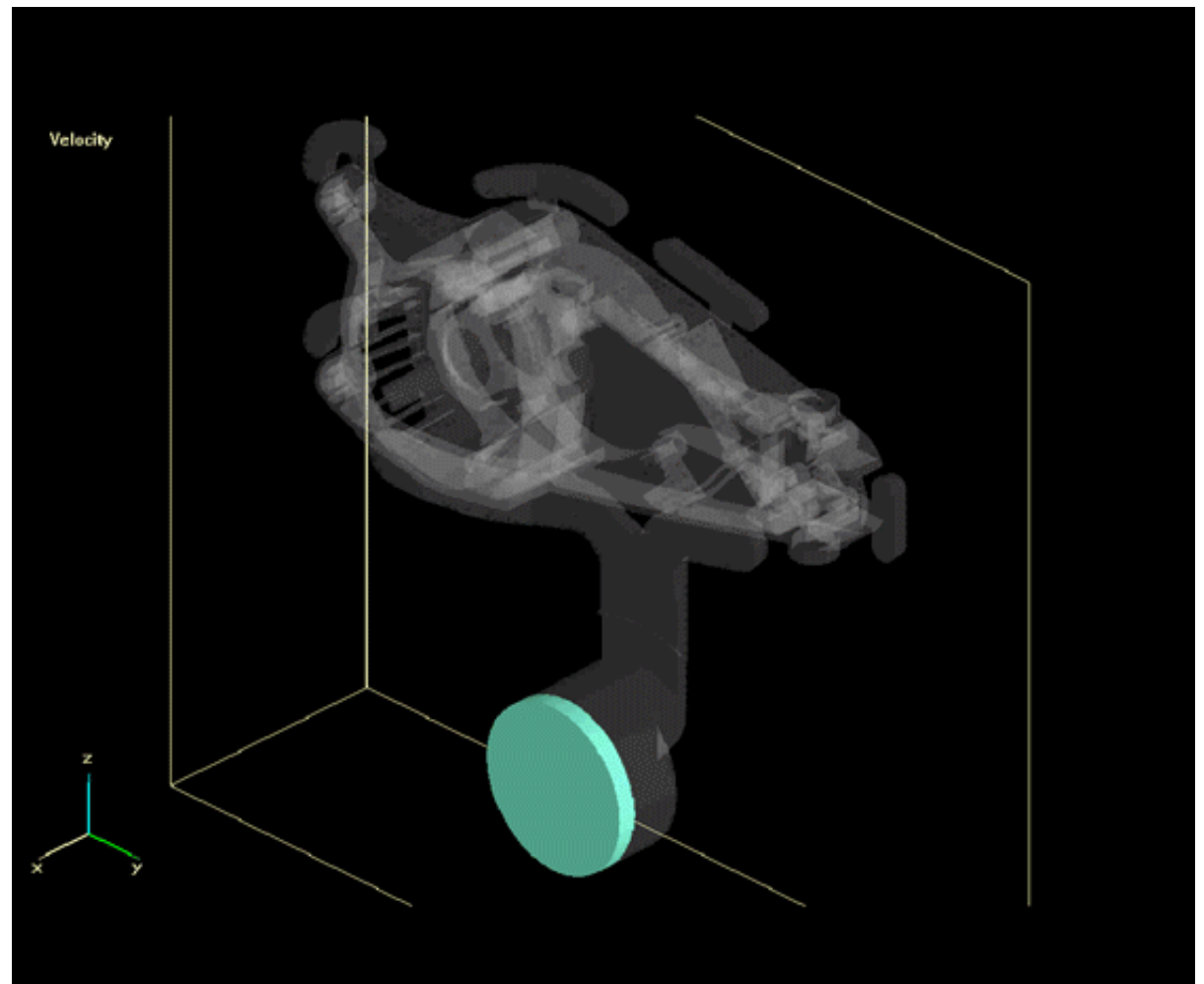
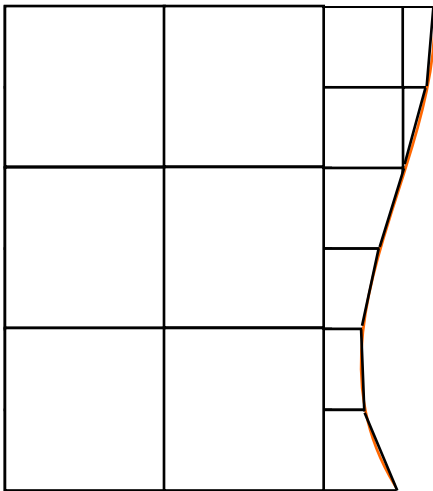


Ograniczone zastosowanie, efektywne *tylko dla zagadnień liniowych*

## Metody numeryczne

Stosunkowo *nowa*, rozszerzona wersja Metody Bilansów Elementarnych  
(**C**ontrol **V**olume **M**ethod)

Łączy zalety FEM i FDM





## **Modelowanie twarde procesów wytwarzania (nasze prace)**

### **Prace badawcze w Instytucie Technik Wytwarzania**

- Tworzenie specjalizowanych modeli procesów oraz oprogramowania realizującego ich symulacje

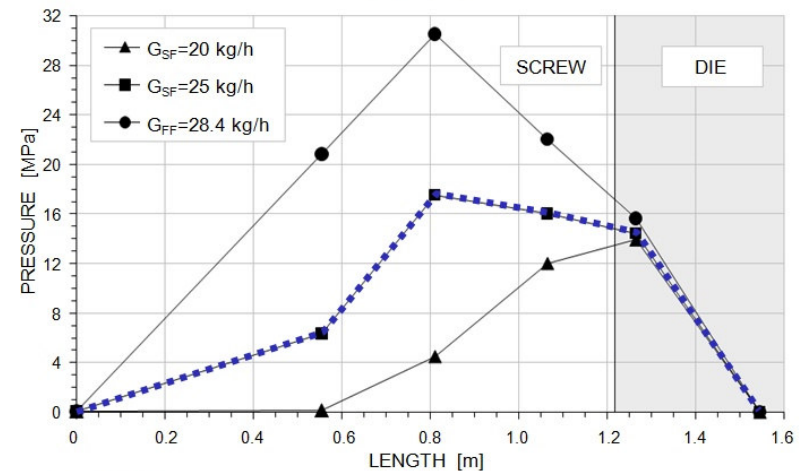
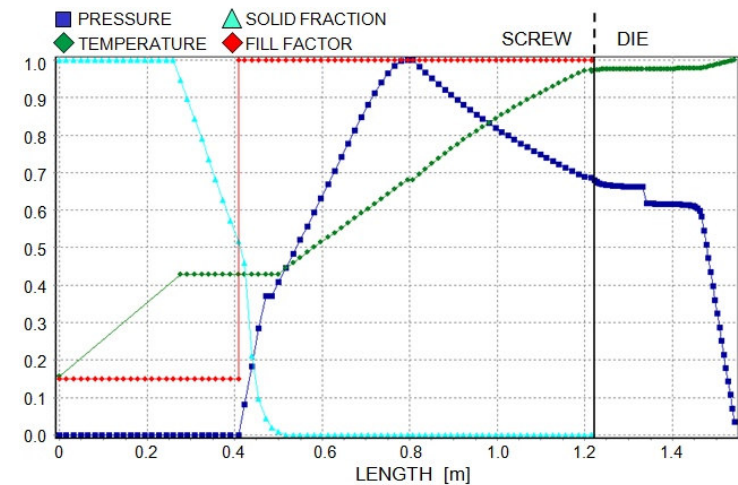
# Modelowanie twarde procesów wytwarzania (nasze prace)

## Prace badawcze w Instytucie Technik Wytwarzania

### Przykład:

Modelowanie procesu wytłaczania jednoślismakowego polimerów

Narzędzie do projektowania i optymalizacji procesu i oprzyrządowania stworzone przez zespół prof. K. Wilczyńskiego



$G_{SF}=25$  kg/h



### Prace badawcze w Instytucie Technik Wytwarzania

- Tworzenie specjalizowanych modeli procesów oraz oprogramowania realizującego ich symulacje
- Testowanie i ocena programów komercyjnych
  - Typowa metodyka, stosowana przez twórców oprogramowania, polega na porównaniu z pojedynczymi przypadkami przemysłowymi lub uzyskanymi w doświadczeniu
  - Wadą jest silne ograniczenie liczby przypadków, ich wymuszone warunki (rozwiązania dla klienta), brak kontroli wszystkich parametrów (warunki produkcyjne) lub wysoki koszt (badania eksperymentalne)
  - Nasza metodyka badań testowych polega na wykorzystaniu dowolnie zaprojektowanych wirtualnych wyrobów wg zasad opartych na sprawdzonych, wieloletnich doświadczeniach przemysłowych i opublikowanych w fachowej literaturze, zamiast wyrobów rzeczywistych
  - Uzyskane wyniki dla oprogramowania symulacyjnego (z dziedziny wypełniania form ciekłym metalem oraz krzepnięcia i kompensacji skurczu w stopach) wskazują często na fundamentalne niezgodności przewidywań z zasadami sformułowanymi na podstawie doświadczeń przemysłowych

## Informacje podstawowe o sterowaniu procesami

### Cel sterowania: ograniczenie zmienności procesu

Dwa różne podejścia:

#### Sterowanie 'inżynierskie'

*Engineering Process Control (EPC)*

#### REGULACJA PROCESU

Zasadniczo procesy ciągłe, np. przemysł chemiczny, spożywczy, hutniczy itp.

#### Statystyczne Sterowanie Procesem (SSP)

*Statistical Process Control (SPC)*

#### MONITOROWANIE PROCESU

Zasadniczo procesy dyskretne, np. przemysł motoryzacyjny, elektroniczny itp.

*Obecnie zakresy zastosowań obu typów sterowania zacierają się, a także powstają systemy łączące oba podejścia*

### Sterowanie 'inżynierskie' EPC

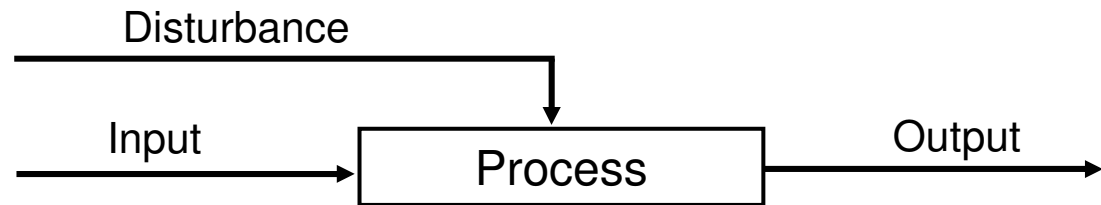
**EPC** aktywnie przeciwdziała zakłóceniom procesu przez zmianę jego parametrów w taki sposób, aby uzyskać wyniki procesu (parametry wyrobu) zgodne z zakładanymi

Zakłócenia i wyniki procesu zwykle nie są losowe, ale **autoskorelowane**, tzn. zależą od ich poprzednich wartości. Możliwe jest zatem przewidywanie zachowania się procesu na podstawie poprzednich wartości i odpowiednie korygowanie jego parametrów (wielkości wejściowych)

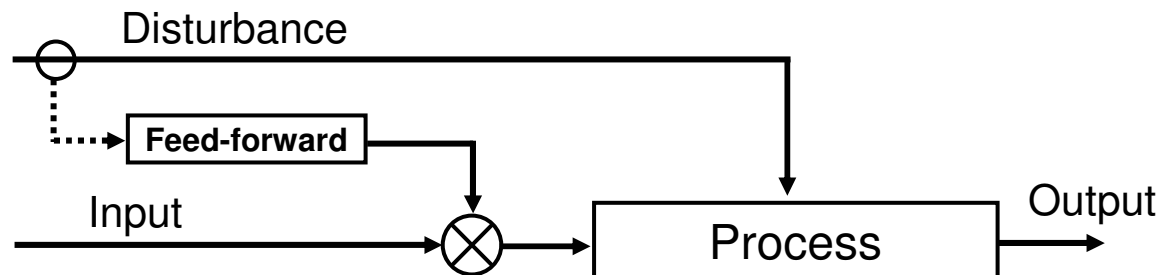
# Zastosowanie modeli miękkich w sterowaniu procesami wytwarzania

## Sterowanie 'inżynierskie' EPC

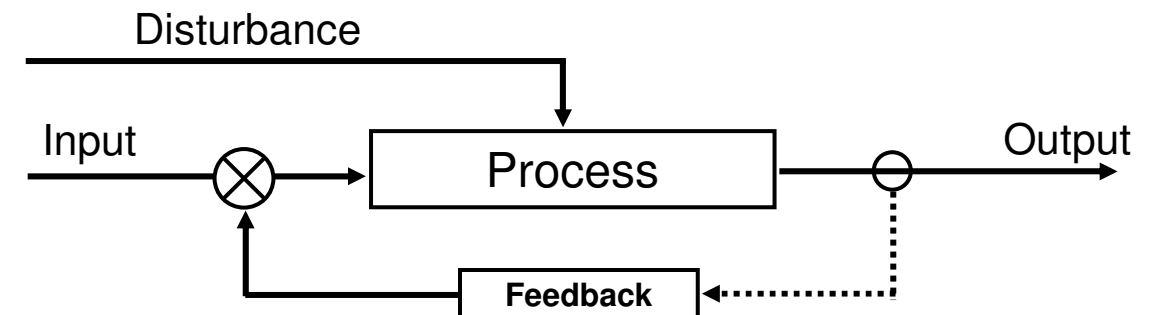
System otwarty bez pomiaru zakłóceń (*open-loop*)



System otwarty z pomiarem zakłóceń, tzw. sterowanie antycypacyjne (*feed-forward*)



System zamknięty, tj. ze sprzężeniem zwrotnym (*feedback*)



**STOSOWANY  
NAJCZĘŚCIEJ**



### Statystyczne Sterowanie Procesem SPC

**SPC** zakłada, że wyniki procesu (parametry wyrobu) można opisać przez statystycznie niezależne obserwacje oscylujące wokół stałej średniej

Ukierunkowane jest na wykrywanie sygnałów w postaci ciągów pomiarów reprezentujących szczególne (*special*), wyznaczalne (*assignable*) przyczyny zewnętrznych zakłóceń zwiększających zmienność procesu

Po wykryciu zakłócenia określonego typu identyfikuje się jego przyczynę i usuwa ją

### EPC vs SPC

- Jeśli w procesie nie występują autokorelacje, to nie ma potrzeby stosowania EPC, a jedynie SPC
- Jeśli w procesie występują autokorelacje, to należy rozważyć zastosowanie technik EPC w celu skompensowania takich zakłóceń, za pomocą odpowiednich sterowników
- Stosowane bywa sterowanie zintegrowane, w którym EPC (ze sprzężeniem zwrotnym) wykorzystuje się do regulacji procesu, zaś SPC do wykrywania nieoczekiwanych zakłóceń
- Zastosowanie EPC w powiązaniu z SPC może powodować problemy, gdyż regulacja wprowadzona przez EPC oddziałuje na wykrywanie zakłóceń przez SPC i degradowuje jego wyniki

### Ogólna tendencja

**Zastosowanie do sterowania procesami zaawansowanych modeli miękkich, czyli tworzonych na podstawie danych (*data-driven models*)**

- Systemy uczące się (*learning systems*), w tym metody inteligencji obliczeniowej (*Computational Intelligence*), stosowane także w eksploracji danych (*Data Mining - DM*)
  - Sztuczne Sieci Neuronowe (modele neuronowe) **ANN**, do zadań regresyjnych i klasyfikacyjnych
  - Modele klasyfikacyjne, m.in. do tworzenia systemów regułowych: oparte na teorii zbiorów przybliżonych (*Rough Sets Theory – RST*), klasyfikatory bayesowskie, drzewa klasyfikacyjne (zwykle typu **CART**)
- Modele szeregów czasowych (*time-series*)

### Tendencje w sterowaniu EPC

- Sterowniki do regulacji procesu
  - Systemy uczące się
  - Traktowanie zmiennych jako wielkości określone nieprecyzyjnie, wyrażane za pomocą liczb rozmytych (*fuzzy numbers*), powszechne stosowanie sterowników neuronowo-rozmytych
- Wykorzystanie wyników symulacji wykonanych z użyciem modeli twardych jako źródła danych do modeli miękkich wykorzystywanych do sterowanie procesami (*modelowanie hybrydowe*)
- Modele szeregów czasowych stosowane w celu *przewidywania* wartości zakłóceń, parametrów wyrobu lub procesu (sterowanie antycypacyjne)

### Tendencje w Statystycznym Sterowaniu Procesem SPC

- Zastosowanie zaawansowanych modeli miękkich typu wejście – wyjście (w tym systemów regułowych), do wykrywania przyczyn zakłóceń procesu (niestabilności) wykrytych przez SPC
- Zastosowanie metod wykrywania przyczyn zakłóceń (np. trójkątowa metoda wykrywania przyczyn zakłóceń) (*Special Cause Chart*)
  - Zakłócenie lub inny problem w procesie produkcji niekoniecznie musi być wynikiem usterki urządzenia, a nawet niekoniecznie musi w ogóle dotyczyć jakiegoś sprzętu.
- Zastosowanie systemów wykrywania przyczyn zakłóceń świadczących o wydajności systemu
  - Problem taki może być określony jako nie optymalne funkcjonowanie systemu, albo pojawienie się wadliwego wyrobu.
- Specjalne, nowe role wykrywania przyczyn zakłóceń
  - Przyczyną zakłóceń może być uszkodzenie sprzętu, ale także inne przyczyny, jak np. nieprawidłowy wybór celów operacyjnych, zła jakość surowców, niewłaściwe nastawy sterowników, błędy skalowania czujników, błędy ludzkie itd.

### Ilustracja potencjału modeli miękkich

Zastosowanie systemu uczącego się typu Drzewo Klasyfikacyjne do generowania systemu reguł wykorzystanego w diagnostyce przyczyn powstawania wad w wyrobach

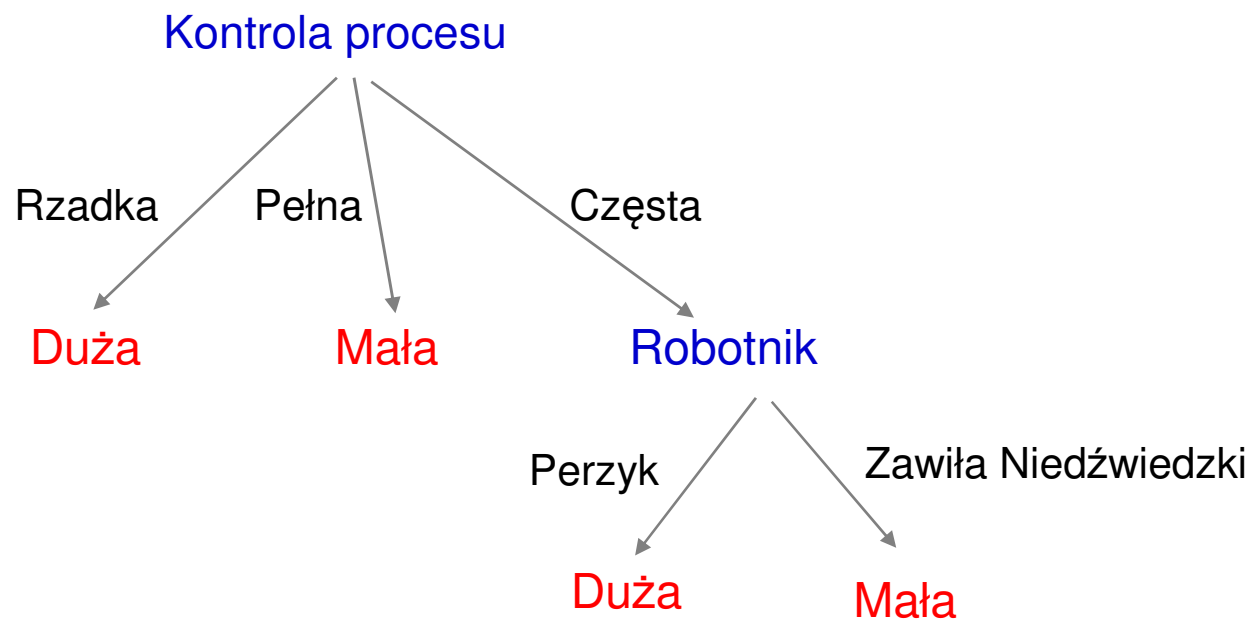
#### Przykład danych produkcyjnych:

Nr zapisu	Kontrola procesu	Robotnik	Maszyna	Ilość braków
1	częsta	Zawiła Niedźwiedzki	A	mała
2	częsta	Perzyk	B	duża
3	pełna	Zawiła Niedźwiedzki	B	mała
4	rzadka	Zawiła Niedźwiedzki	A	duża
5	rzadka	Zawiła Niedźwiedzki	B	duża
6	częsta	Zawiła Niedźwiedzki	B	mała
7	rzadka	Perzyk	B	duża
8	częsta	Perzyk	A	duża



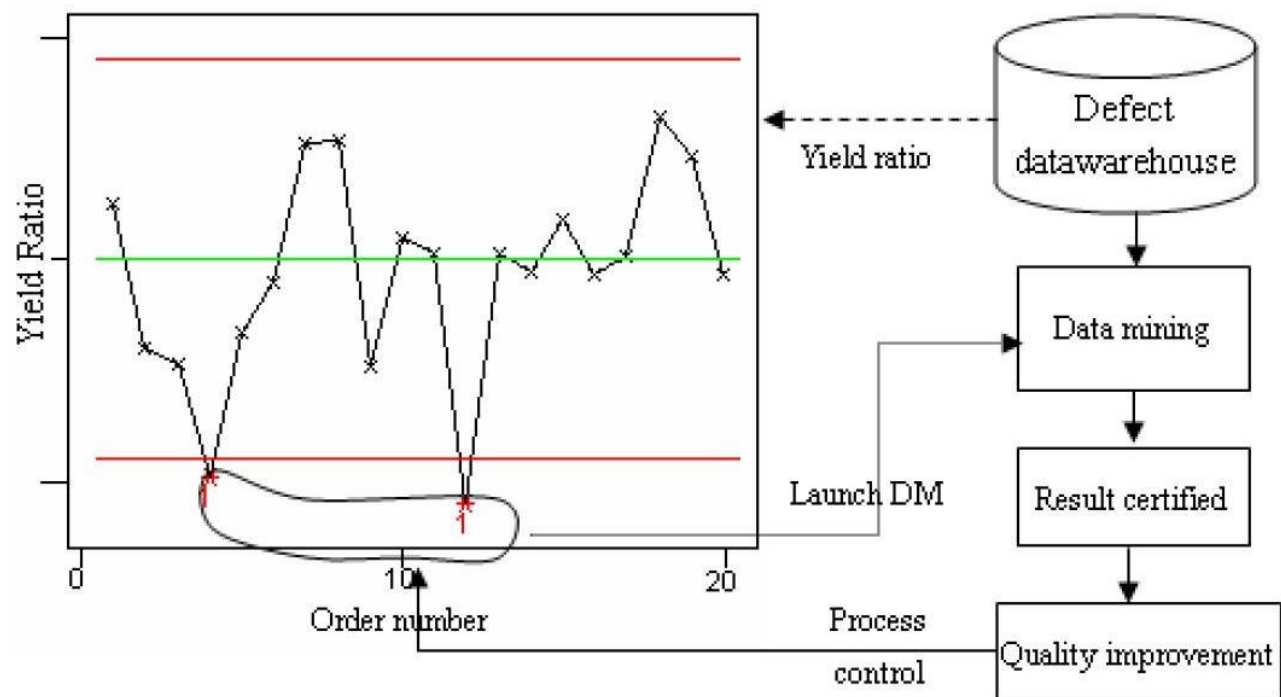
## Ilustracja potencjału modeli miękkich

Przykład *generowania reguł* dla zmiennej „**ilość braków**” na podstawie systemu uczącego się typu Drzewo Klasyfikacyjne



## Przykład systemu przemysłowego SPC - DM

Wg publikacji: ***Study on the Continuous Quality Improvement Systems of LED packaging based on Data Mining***



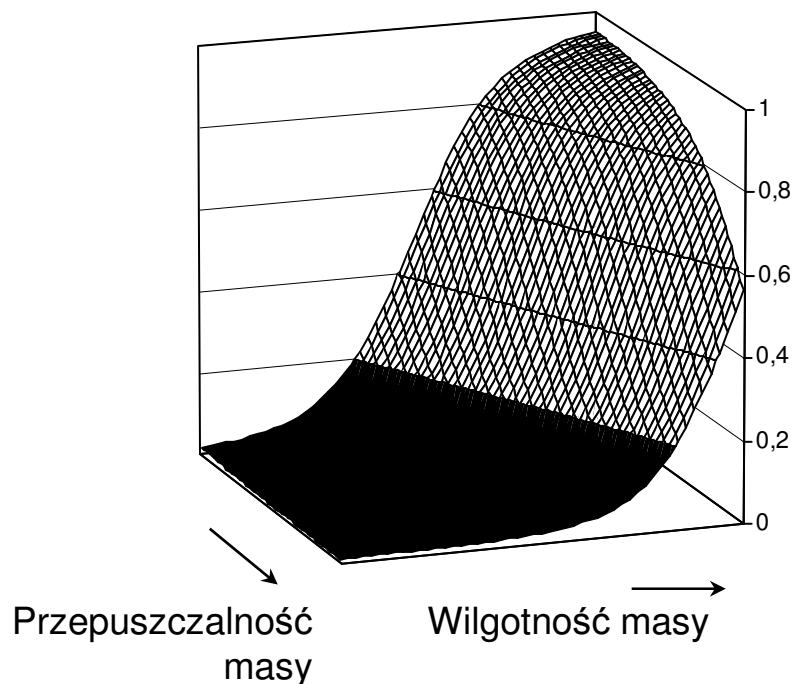
### Tematyka prac w Instytucie Technik Wytwarzania

- **Modele miękkie w diagnostyce przyczyn wad wyrobów**
- **Modele neuronowe do sterowania** zaawansowanymi procesami odlewniczymi
- **Analiza istotności zmiennych wejściowych** (określanie względnego znaczenia)
  - Budowa *optymalnych modeli* typu wejście – wyjście do sterowania (EPC) przez uwzględnienie zmiennych o największym oddziaływaniu (wzmocnieniu)
  - Pomoc w *identyfikacji przyczyn zakłóceń* procesu po ich wykryciu metodami SPC (zmienne wejściowe o największym znaczeniu z punktu widzenia danego zakłócenia, np. wzrostu liczby wad określonego typu, są głównymi „podejrzanymi”)
- **Zastosowania analizy szeregów czasowych**
  - Ocena zdolności przewidywania różnych wielkości z wykorzystaniem analizy szeregów czasowych
  - Analiza przyczyn zakłóceń w postaci okresowości w danych
  - Testowanie i analiza wyników kart typu SCC (efektu usunięcia autokorelacji)
- Ocena możliwości wykrywania i identyfikacji zakłóceń (sygnałów rozregulowania) na kartach Shewharta przez systemy uczące się

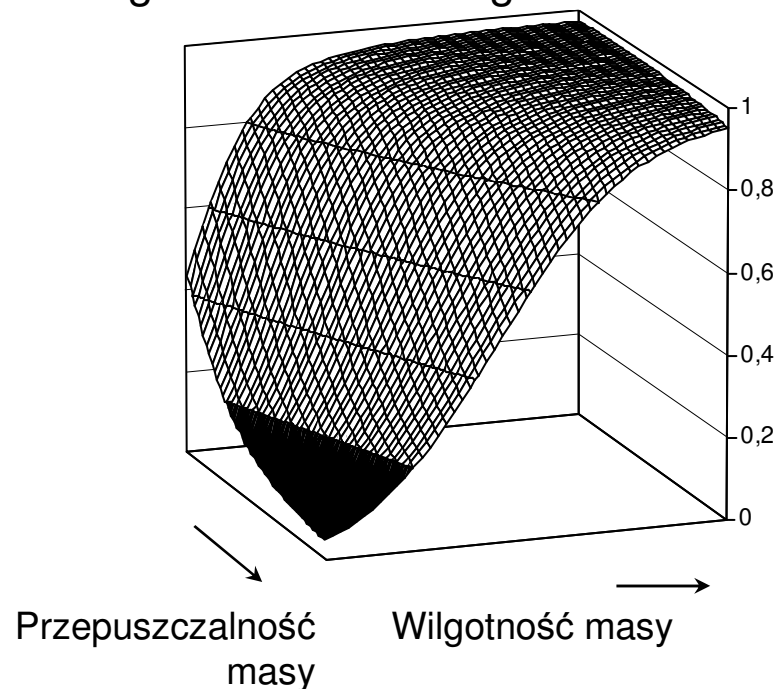
## Diagnostyka przyczyn wad w wyrobach

Wykresy uzyskane z odpowiedzi nauczonej sieci neuronowej stanowiące podstawę identyfikacji przyczyn powstawania wad w wyrobach (odlewach staliwnych)

Pogoda ciepła i sucha



Pogoda chłodna i wilgotna



## Sterowanie typu EPC procesem

Okno programu wykorzystującego **model neuronowy** oraz narzędzia **optymalizacji wielowymiarowej** do sterowania parametrami procesu

**Selection of optimized OUTPUT variable**

Tensile strength

OUTput search

Maximum  Minimum

Value: 1500

Available range

**Ranges of INput variables**

Minimum	Maximum
C: 3,0000	C: 3,9700
Si: 1,0600	Si: 3,5800
S: 0,0010	S: 0,0900
P: 0,0000	P: 0,1000

New value:  Accept

New value:  Accept

Accuracy of optimization (fraction of a variable range): 0,01

Progress of computations: 100%

Available range

**Calculated range**

Desired OUTPUT can be obtained in the following ranges of INputs:

318,15

200,05

Current INput: Ti

Proceed Cancel

### Istotność zmiennych wejściowych

Wieloletnie prace mające na celu **ocenę istniejących i opracowanie nowych metod wyznaczania względnego znaczenia zmiennych wejściowych** (parametrów procesu) dla jego wyników (np. parametrów wyrobu)

- Budowa *optymalnych modeli* typu wejście – wyjście do sterowania (EPC) przez uwzględnienie zmiennych o największym oddziaływaniu (wzmocnieniu)
- Pomoc w *identyfikacji przyczyn zakłóceń* procesu po ich wykryciu metodami SPC (zmienne wejściowe o największym znaczeniu z punktu widzenia danego zakłócenia, np. wzrostu liczby wad określonego typu, są głównymi „podejrzanymi”)
- **Rodzaje zadań:**
  - regresyjne (wyjście ciągłe, użyteczne w *sterownikach EPC*)
  - klasyfikacyjne (wyjście dyskretne, użyteczne w *diagnostyce zakłóceń*)
- **Definicje istotności** (znaczenie globalne, nie wrażliwość):
  - oparte na parametrach modelu (podejście ‘dekompozycyjne’)
  - oparte na odpytywaniu modelu (podejście ‘pedagogiczne’)
  - oparte na zredukowaniu błędu przewidywania wskutek usunięcia danej zmiennej z modelu



## Istotność zmiennych wejściowych

### • Rodzaje modeli:

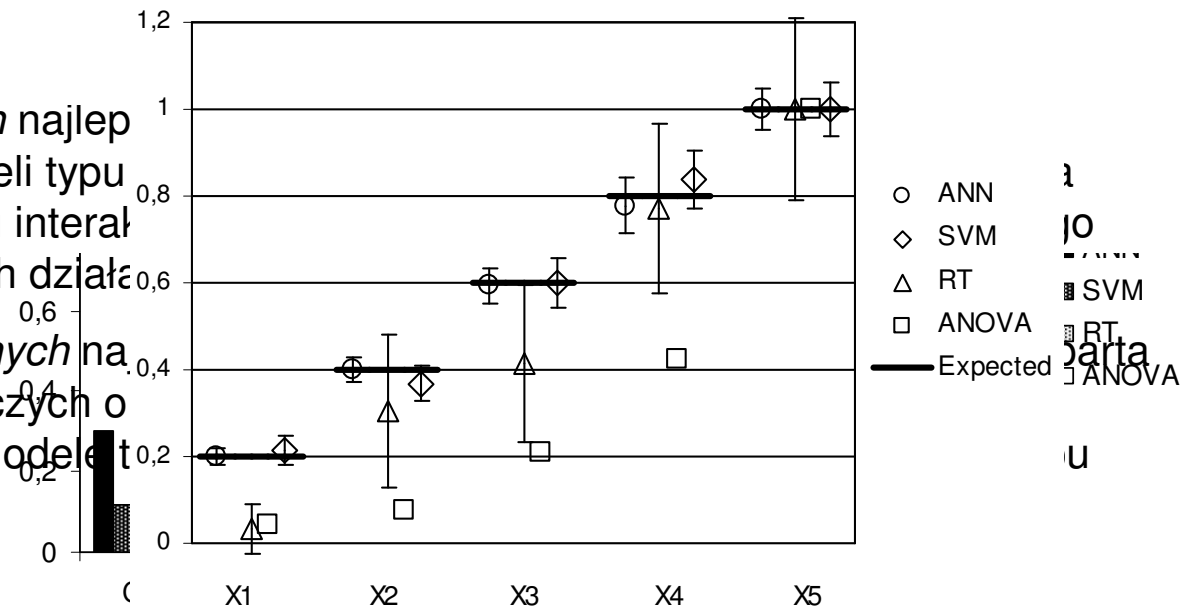
- statystyczne (nieparametryczne): ANOVA, tablice wielodzielcze
- systemy uczące się: sieci neuronowe (ANN), maszyny wektorów nośnych (SVM), drzewa predykcyjne (CA&RT), naiwny klasyfikator Bayesa (NBC), oparte na teorii zbiorów przybliżonych (RST)

### • Zbiory testowe:

- sztucznie wygenerowane, o założonych zależnościach, z nałożonym szumem
- przemysłowe, związane z zagadnieniami znanymi ekspertom

### • Główne wnioski

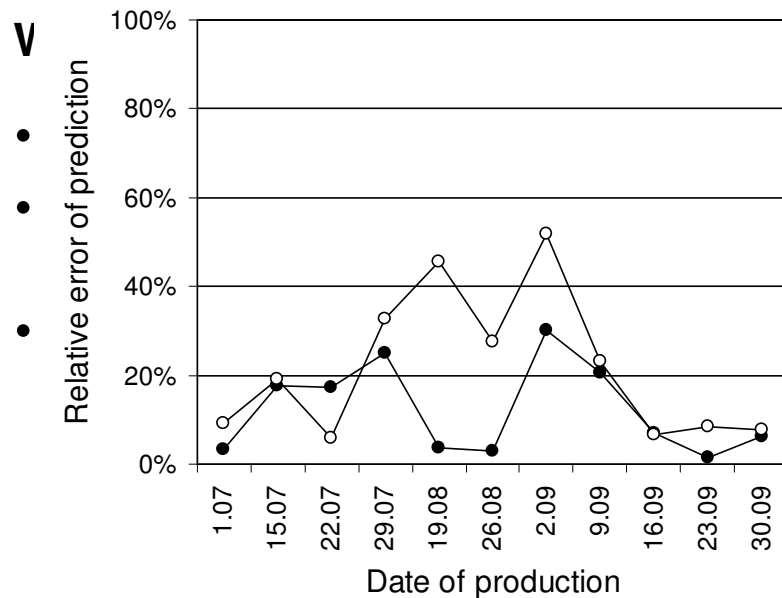
- Dla zadań *regresyjnych* najlepiej zaawansowanych modeli typu także na uwzględnieniu interałów lub konkurencyjnego ich działania
- Dla zadań *klasyfikacyjnych* na tablicach wielodzielczych o przybliżonych (RST). Modele zastosowaniach



## Zastosowanie analizy szeregów czasowych

**Ocena zdolności przewidywania wyników procesu** (odlewnicze procesy wytopu i przerobu mas formierskich)

*Przykładowe wyniki* (zawartość manganu w żeliwie szarym):



● From trends and periodicity only  
○ With modeling of residual data

ności danej wielkości)

vet, gdy jest on statystycznie

nodelowania danych

iarowej regresji liniowej

### Zastosowania analizy szeregów czasowych

**Analiza przyczyn zakłóceń** (wykrywanie trendów i okresowości w danych)

*Przykładowy wynik:* znacząca okresowość wynosząca 7 dni dla zawartości krzemu w żeliwie, mierzonej pod koniec dnia

*Możliwa interpretacja:* zapas operacyjny dodatku zawierającego krzem jest wystarczający na około 7 dni roboczych i osoba odpowiedzialna za dozowanie stara się zużyć go w tym okresie (zwiększając lub zmniejszając dozowanie pod koniec okresu)

### Zastosowania analizy szeregów czasowych

#### Testowanie kart typu SCC

Zastosowanie tradycyjnych kart kontrolnych Shewharta (SPC) wymaga, aby poszczególne obserwacje były statystycznie niezależne i podlegały rozkładowi normalnemu, w którym średnia i odchylenie standardowe są ustalone w czasie.

W rzeczywistych procesach mierzone wielkości (parametry procesu lub wyrobu) mogą być autokorelowane, tzn. ich aktualne wartości mogą zależeć od wartości poprzedzających. Dla takich procesów te założenia są niespełnione, co może prowadzić do pojawiania się fałszywych sygnałów rozregulowania procesu.

Dla uniknięcia takich sytuacji zaproponowano **karty przyczyn specjalnych (*Special Cause Control - SCC*)**, otrzymywane w następujący sposób:

**metodami analizy szeregów czasowych należy znaleźć w danych składowe nielosowe, usunąć je, a następnie do wartości resztowych zastosować standardowe procedury wykrywania zakłóceń procesy.**

### Zastosowania analizy szeregów czasowych

#### Testowanie kart typu SCC

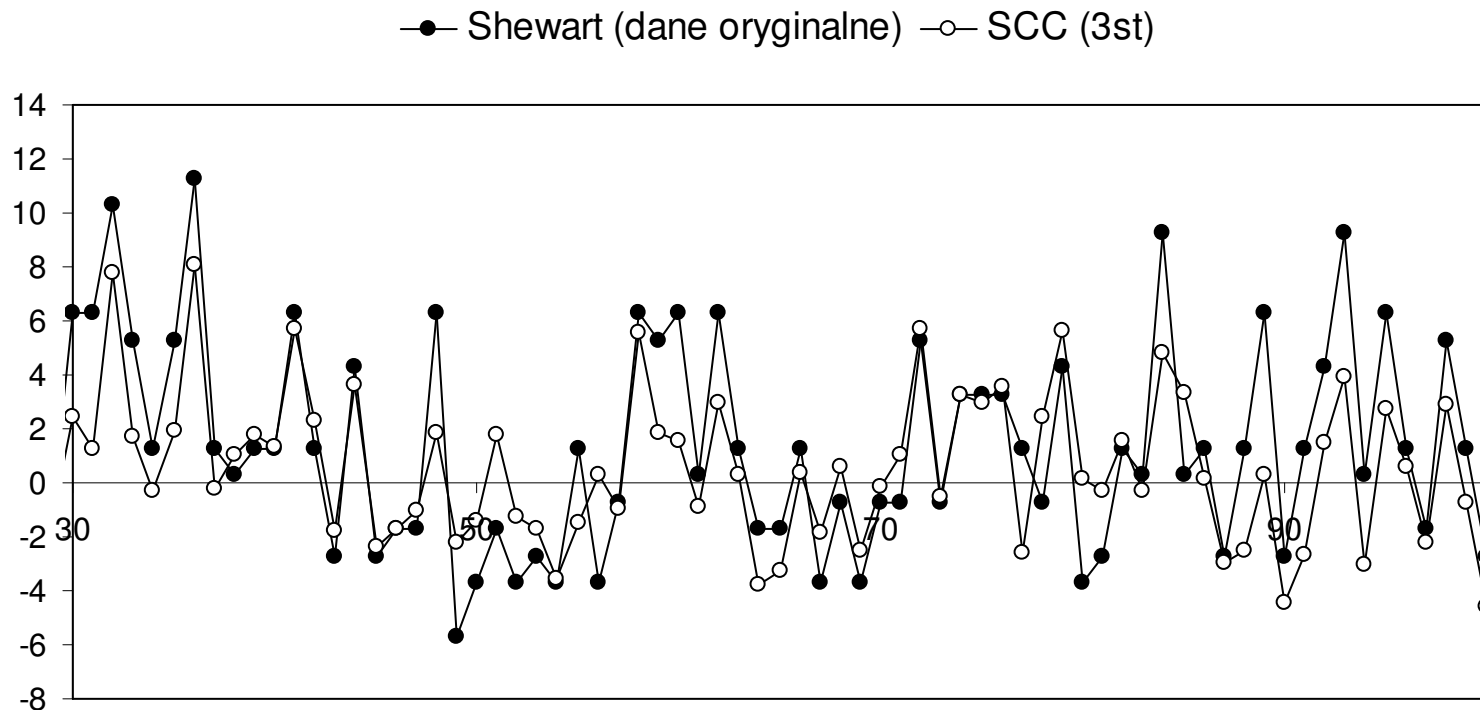
Wyznaczano liczby zakłóceń w danych przemysłowych na kartach kontrolnych tradycyjnych oraz SCC, uzyskanych dzięki usunięciu autokorelacji metodami analizy szeregów czasowych

Typ zakłócenia	Definicja zakłócenia
1	Jeden punkt poza strefą A
2	9 kolejnych punktów w strefie C po tej samej stronie linii centralnej
3	6 kolejnych punktów stale rosnących lub stale malejących
4	14 kolejnych punktów naprzemiennie rosnących lub malejących
5	2 z 3 kolejnych punktów w strefie A lub poza nią
6	4 z 5 kolejnych punktów w strefie B lub poza nią
7	15 kolejnych punktów w strefie C
8	8 kolejnych punktów po obu stronach linii centralnej, lecz żaden w strefie C

Zastosowania analizy szeregów czasowych

Testowanie kart typu SCC (efektu usunięcia autokorelacji)

Przykład fragmentu danych 'Zagęszczalność masy formierskiej'



### Zastosowania analizy szeregów czasowych

#### Wnioski z testowania kart typu SCC (efektu usunięcia autokorelacji)

- Ogólną tendencją jest znaczące zmniejszenie liczby zakłóceń na kartach SCC, większe dla trendu krzywoliniowego. Dotyczy to większości typowych sekwencji punktów świadczących o rozregulowaniu procesu
- Odjęcie trendu może czasem generować niektóre typy zakłóceń zamiast niwelować ich występowanie
- Metodyka konstruowania kart SCC zakłada usunięcie (odjęcie) składników nielosowych (autokorelacji) bez analizowania ich wartości, natury i przyczyn występowania. Jest to słabością tej metodyki, gdyż autokorelacje występujące w danych mogą być także uważane za pewien rodzaj zakłócenia czy wady procesu.
- W klasycznym SPC po uzyskaniu wyników analizy kart kontrolnych podejmowane są decyzje o krokach, jakie należy podjąć celem ustalenia i usunięcia przyczyn zaobserwowanych zakłóceń. Procedury wykorzystujące karty typu SCC powinny uwzględniać dwukrotne podejmowanie takich działań, tzn. nie tylko na podstawie tych kart, ale także na podstawie analizy składników nielosowych wykrytych w danych oryginalnych.

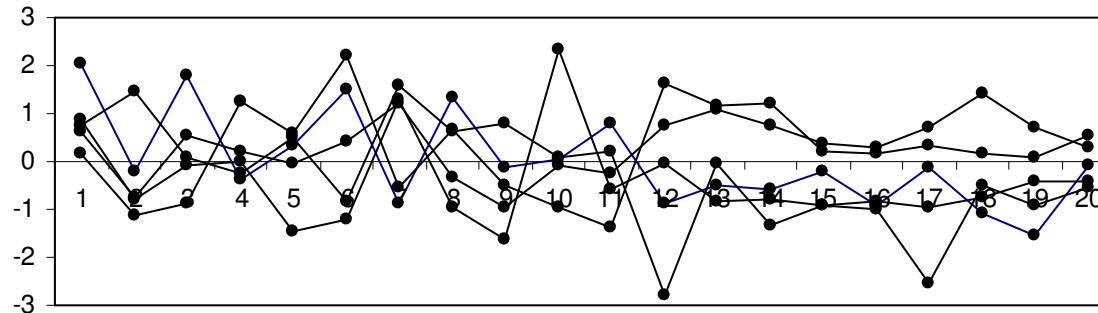
## Identyfikacja sygnałów zakłóceń przez systemy uczące się

**Cele zastosowania systemów uczących się do wykrywania wzorców zakłóceń procesu na kartach Shewharta**

- Możliwość wcześniejszego, bardziej elastycznego wykrywania sygnałów zakłóceń i automatycznej oceny zagrożenia. Dotychczas badano głównie możliwości wykrywania skokowej zmiany średniej i pojawienia się jej trendu.
- Możliwość uwzględnienia niestandardowych, bardziej 'subtelnych' lub specyficznych dla danego procesu sekwencji punktów na kartach

### Cel i metodyka prezentowanych badań

- Sprawdzenie zdolności systemów uczących się (ANN i CART) do rozpoznawania sygnałów rozregulowania, na przykładzie 7 typowych wzorców rozregulowań procesu
- Generowanie syntetycznych sekwencji punktów (całkowicie losowych oraz odpow...







### Podsumowanie

- Przedstawiono przegląd metod oraz zastosowań modelowania procesów wytwarzania, stanowiącego jeden z dwóch głównych składników kosztu wyrobu
- Wiele spośród wspomnianych problemów jest aktualnych także dla innych dziedzin techniki i nauki
- Poruszona problematyka jest bardzo szeroka, zasygnalizowanie jej może być punktem startowym do studiów i badań w szczegółowych dziedzinach
- Zapraszam do kontaktu @ 😊 ☎️ (informacje, dyskusja, współpraca)

Dziękuję za uwagę